

**ΤΜΗΜΑ ΜΗΧΑΝΟΛΟΓΩΝ
ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΒΙΟΜΗΧΑΝΙΑΣ**

ΣΗΜΕΙΩΣΕΙΣ ΠΑΡΑΔΟΣΕΩΝ

του Γεωργ. Ι. Τσουτσινου

Ph.D., M.Sc., D.I.C., Imperial College, London

για το μαθημα

ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΙΙΙ

(Διαφορικές Εξισώσεις)

1995-96

Π Α Ν Ε Π Ι Σ Τ Η Μ Ι Ο Θ Ε Σ Σ Α Δ Ι Α Σ

ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

- [1] . Ν.Αποστολάτος, *Λογισμός Τελεστών και Εφαρμογές*, Αθήνα 1974.
- [2] . D.Berkey & P.Blanchard, *Calculus*, Saunders HBJC Publishers, New York, 1984.
- [3] . E. Coddington, *An Introduction to Ordinary Differential Equations*, Dover, New York, 1961.
- [4] . E. Coddington & N.Levinson, *Theory of Ordinary Differential Equations*, McGraw-Hill, New York, 1955.
- [5] . D.Sanchez, *Ordinary Differential Equations and Stability Theory : An Introduction*, Dover, New York, 1979.
- [6] . G.Simmons, *Differential Equations*, McGraw-Hill, New York, 1972.
- [7] . I. Sneddon, *Elements of Partial Differential Equations*, McGraw-Hill, New York, 1957.
- [8] . G. Stephenson, *Mathematical Methods for Science Students*, Longman, London, 1961.
- [9] . Σ.Τραχανάς, *Διαφορικές Εξισώσεις, Τομος Ι, Συνήθειες Διαφ. Εξ.*, Πανεπ. Εκδ. Κρήτης, 1989.
- [10] . Δ.Χατζόπουλος, *Διαφορικές Εξισώσεις*, Θεσσαλονίκη, 1978.
- [11] . E.C. Zachmanoglou & D.Thoe, *Introduction to Partial Differential Equations with Applications*, Dover, New York, 1976.

ΠΡΟΛΟΓΙΚΟ ΣΗΜΕΙΩΜΑ

Οι σημειώσεις για το μάθημα ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΙΙΙ απευθύνονται στους φοιτητές του τρίτου εξαμήνου του Τμήματος Μηχανολόγων Μηχανικών Βιομηχανίας του Πανεπιστημίου Θεσσαλίας. Φιλοδοξία μας είναι να αποτελέσουν σημαντικό βοήθημα για τον φοιτητή που θέλει να περιοριστεί στην γνώση ορισμένων βασικών στοιχείων της θεωρίας διαφορικών εξισώσεων και έναν πρώτο οδηγό για τον φοιτητή με μαθηματικά ενδιαφέροντα. Καταβλήθηκε προσπάθεια να παρουσιαστούν τα επι μέρους αντικείμενα με τρόπο ώστε να διαθέτουν επαρκή αυτοτέλεια. Για αυτό τον λόγο παραθέτουμε ορισμένα βασικά αποτελέσματα της θεωρίας διαφορικών εξισώσεων χωρίς απόδειξη. Έτσι ο αναγνώστης πιστεύουμε ότι θα είναι σε θέση (χωρίς ιδιαίτερη δυσκολία) να μελετήσει την θεωρία και να προχωρήσει στην επεξεργασία των παραδειγμάτων. Οι περισσότερες ασκήσεις βασίζονται σε λυμένα παραδείγματα. Σε πολλές περιπτώσεις οι υπολογισμοί παρουσιάζονται με συνοπτικό τρόπο, μιά και πρόκειται να παρουσιαστούν με κάθε λεπτομέρεια κατά την διδασκαλία του μαθήματος.

Δεν θα έπρεπε όμως να δημιουργηθεί η εντύπωση ότι μπορεί να περιοριστεί κάποιος στην ανάγνωση των σημειώσεων. Οι σημειώσεις δεν φιλοδοξούν με κανέναν τρόπο να υποκαταστήσουν τα διδακτικά εγχειρίδια τα οποία ασφαλώς αποτελούν πλήρεις και ολοκληρωμένες εργασίες. Προτείνουμε λοιπόν στον ενδιαφερόμενο φοιτητή να συμβουλευθεί ορισμένα βιβλία από την Βιβλιογραφία. Το πρώτο βιβλίο που θα προτείνουμε (το οποίο διανέμεται τα τελευταία χρόνια) είναι το [9]. Επίσης το εξαιρετικό (και κλασσικό) [3] στο οποίο βασίζονται τα κεφάλαια I έως VIII. Για το πλήθος των παραδειγμάτων και την μεθοδολογία, το [10] στο οποίο βασίζεται το κεφάλαιο IX. Το [8] αποτελεί βιβλίο αναφοράς όχι μόνο για τις διαφορικές εξισώσεις αλλά για τα στοιχεία των εφαρμοσμένων μαθηματικών που είναι απαραίτητα σε έναν μηχανικό. Το κεφάλαιο X είναι βασισμένο στο [8] καθώς και στο πιο θεωρητικό [1]. Το [7] είναι άριστο βιβλίο εισαγωγής στις μερικές διαφορικές εξισώσεις. Το κεφάλαιο XI είναι βασισμένο σε αυτό καθώς και στα [8], [10]. Το [11] προτείνεται για μια αυστηρότερη προσέγγιση στην θεωρία μερικών διαφορικών εξισώσεων. Το κεφάλαιο XII έχει βασιστεί στο [5]. Το κεφάλαιο XIII έχει βασιστεί επίσης στο [5] καθώς και στο [6].

Το [5] μπορεί να θεωρηθεί εισαγωγικό εγχειρίδιο μεταπτυχιακού επιπέδου όπως και το κλασσικό [3]. Το [2] δεν έχει ως κύριο θέμα του τις διαφορικές εξισώσεις αλλά περιλαμβάνει μία σύντομη εισαγωγή στις διαφορικές εξισώσεις 1ης και 2ης τάξης. Για ορισμένες ενδιαφέρουσες εφαρμογές, πρωτότυπες ασκήσεις καθώς και για ιστορικές σημειώσεις, προτείνουμε το [6].

Είναι σαφές ότι με τα παραπάνω εγχειρίδια που αναφέρουμε δεν εξαντλούμε την βιβλιογραφία. Αναφέρουμε απλώς τα εγχειρίδια στα οποία βασιστήκαμε για την συγγραφή των σημειώσεων αυτών. Πιστεύουμε ότι ο ενδιαφερόμενος φοιτητής, έχοντας στη διάθεσή του τις σημειώσεις και το [9], μπορεί να ανταποκριθεί επαρκέστατα στις απαιτήσεις του μαθήματος και ανατρέχοντας στην βιβλιογραφία να θέσει τις βάσεις για μία μελλοντική μελέτη πρακτικών προβλημάτων για τα οποία πιθανόν να απαιτείται βαθύτερη γνώση του αντικειμένου των διαφορικών εξισώσεων.

Βόλος, Σεπτέμβριος 1995.

ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΙΙΙ

ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ

- I. Γραμμικές Διαφορικές Εξισώσεις 1ης τάξης
- II. Ακριβείς Δ.Ε.
- III. Γραμμικές Δ.Ε. 2ης τάξης - Ομογενείς με σταθερούς συντελεστές
- IV. Μη Ομογενείς Γραμμικές Δ.Ε. με σταθερούς συντελεστές
- V. Ομογενείς Δ.Ε. n -τάξης με σταθερούς συντελεστές
- VI. Μη Ομογενείς Γραμμικές Δ.Ε. n -τάξης με σταθερούς συντελεστές
- VII. Η Γενική Γραμμική Δ.Ε. n -τάξης με μεταβλητούς συντελεστές
- VIII. Ομογενείς Δ.Ε. με Αναλυτικούς συντελεστές
 - Εξίσωση του Legendre
 - Γραμμικές Δ.Ε. με ομαλά (κανονικά) ιδιάζοντα σημεία
 - Η Εξίσωση Euler
 - Δ.Ε. 2ης τάξης με ομαλά ιδιάζοντα σημεία - Γενική μορφή
 - Οι εξαιρετικές περιπτώσεις
 - Η Εξίσωση Bessel
- IX. Μη Γραμμικές Δ.Ε.
 - Εξίσωση Bernoulli
 - Εξίσωση Riccati

Ιδιάζουσες Λύσεις

 - Εξίσωση του Clairaut
 - Εξίσωση του Lagrange
- X. Μετασχηματισμός Laplace
 - Αντίστροφος μετασχηματισμός Laplace
 - Επίλυση Δ.Ε. με χρήση του μετασχηματισμού Laplace
- XI. Εισαγωγή στις Μερικές Διαφορικές Εξισώσεις
 - Γραμμικές Μ.Δ.Ε. 1ης τάξης
 - Το Γεωμετρικό Πρόβλημα του Cauchy
 - Μ.Δ.Ε. 2ης τάξης με σταθερούς συντελεστές
 - Εξίσωση του Euler
 - Εξίσωση Laplace - Θεωρία Δυναμικών

ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΙΙΙ

ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ

A. ΣΥΝΘΕΤΕΣ ΔΙΑΦΟΡΙΚΕΣ ΕΞΙΣΩΣΕΙΣ

- I. Γραμμικές Διαφορικές Εξισώσεις 1ης τάξης
H. Arpitaç A.E.
- II. Γραμμικές ΔΕ 2ης τάξης - Ομογενείς με σταθερούς συντελεστές
IV. Μη Ομογενείς Γραμμικές ΔΕ με σταθερούς συντελεστές
- V. Ομογενείς ΔΕ n-τάξης με σταθερούς συντελεστές
- VI. Μη Ομογενείς Γραμμικές ΔΕ n-τάξης με σταθερούς συντελεστές
- VII. Η Γενική Γραμμική ΔΕ n-τάξης με μεταβλητούς συντελεστές
- VIII. Ομογενείς ΔΕ με Αναλυτικούς συντελεστές
-Ejonaç tou Legendre
-Γραμμικές ΔΕ με ομόλο (κυκλική) ιδιότητα ομοιο
- H Ejonaç Euler
- ΔΕ 2ης τάξης με ομόλο ιδιότητα ομοιο - Γενική μορφή
- Οι ελαστικές καμπύλες
- H Ejonaç Bessel
- IX. Μη Γραμμικές ΔΕ
-Ejonaç Bernoulli
-Ejonaç Riccati

Ιδιότητες Airy
-Ejonaç tou Clairaut
-Ejonaç tou Lagrange
- X. Μετασχηματισμός Laplace
-Αντιστοίχος μετασχηματισμός Laplace
-Επιλυση ΔΕ με χρήση του μετασχηματισμού Laplace
- XI. Εξισώσεις στις Πλάκες Διαφορικές Εξισώσεις
-Γραμμικές ΜΔΕ 2ης τάξης
-Το Γενικό Πρόβλημα του Cauchy
-ΜΔΕ 2ης τάξης με σταθερούς συντελεστές
-Ejonaç tou Euler
-Ejonaç Laplace - Γενικά άσυστά

XII. Συστήματα Γραμμικών Δ.Ε.

- Το Σύστημα 1ης τάξης $x'(t) = A(t)x(t) + b(t)$
- Το Σύστημα $x'(t) = A(t)x(t)$, Θεμελιώδεις Λύσεις
- Τύπος του Liouville
- Θεμελιώδης Πίνακας - Θεμελιώδες Σύστημα Λύσεων

XIII. Ευστάθεια Συστημάτων

- Τροχιές, Κρίσιμα σημεία, Ομαλά σημεία
- Ευσταθή και Ασταθή σημεία
- Γραμμικά Συστήματα με σταθερούς συντελεστές - Συμπεριφορά των Τροχιών
- Κόμβος, Κέντρο, Εστία.